物性物理科学II

注意：問題１から４のうち ３問を選択して解答し，各問題の答えを別々の解答用紙に記入すること．１つの問題の解答が解答用紙 ２枚にわたるときは，２枚目にも問題の番号を書き，２枚目であることを明示すること．解答用紙にはどの問題を選択したかをはっきり分かるように解答すること．ただし，問題３[2]の解答は指定された専用の解答用紙に記入すること．４問を解答した場合，最終的に選択しなかった問題の解答には筆答試験時間中に大きく×印をつけるなどして選択した ３問が分かるようにすること．

問題１

電荷を帯びていない n 型半導体と金属が離れて存在する場合を考える．図１はそのエネルギーバンド図である．図１の縦軸はエネルギー，横軸 x は半導体の端面からの距離を表す座標である．ここで，真空準位を $\varepsilon_{\mathrm{vac}}$ とする．金属の仕事関数（ϕ_{M}）は 4.6 eV，半導体の仕事関数（ϕ_S）は 4.1 eV とする．半導体のバンドギャップ（$\varepsilon_{\mathrm{g}} = \varepsilon_{\mathrm{cb}} - \varepsilon_{\mathrm{vt}}$）は 1.1 eV である．ここで，$\varepsilon_{\mathrm{cb}}$ は伝導帯の下端，$\varepsilon_{\mathrm{vt}}$ は価電子帯の上端である．半導体のフェルミ準位（ε_{F}）は，伝導帯の下端（$\varepsilon_{\mathrm{cb}}$）より 0.1 eV 低い位置にある．半導体の不純物濃度は N_{d} で均一に分布しており，考えている温度ではすべて一価にイオン化しているものとする．界面準位のない理想的な場合を考える．また，以下の問いでは電気素量に e を用いる．

[1] 図１に示されている χ は何と呼ばれるか．また，その大きさは何 eV か答えよ．

次に，図１に示した半導体と金属を平坦な端面で接合した後の状態を考える．接合により半導体と金属の界面の半導体側には空乏層といわれるキャリアがほとんど存在しない領域が現れる．ここで，キャリアが金属から受ける鏡像力の効果は無視するものとする．以下の設問のうち[2], [3], [5]では金属と半導体に対して外部から電圧は印加しないものとする．

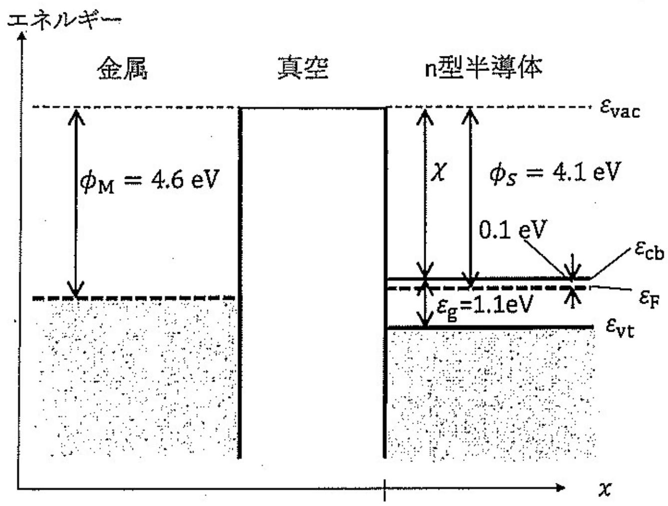

図１

[2] 接合後のエネルギーバンド図を描け．図には，$\varepsilon_{\mathrm{cb}}$，$\varepsilon_{\mathrm{vt}}$，$\varepsilon_{\mathrm{F}}$ の位置がわかるように記入すること．さらに，接合により生じるエネルギー障壁の高さ（ϕ_{B}），拡散電位（V_{d}），および，空乏層幅（W）を与えられた記号を用いて図の中に記入せよ．また，ϕ_{B} は何 eV となるか．

（次ページにつづく）

問題１のつづき

[3] 半導体の誘電率を κ_S とし，ポアソン方程式を解くことで，空乏層幅（W）を求め，この問題の中で与えられた記号を用いて表せ．ただし，空乏層内のキャリア密度はゼロであると近似せよ．計算過程も解答用紙に記入すること．

[4] 金属側を基準とし半導体側に正および負の電圧を印加したときのエネルギーバンド図をそれぞれ描き，それをもとに電流−電圧特性を定性的に図示せよ．印加電圧の正負と電圧軸の対応がわかるように示すこと．

[5] 空乏層内のキャリア密度 n は完全にゼロではなく，近似的に

$$n = N_c \exp\left[-\left(\varepsilon_{cb} - \varepsilon_F\right)/\left(k_B T\right)\right]$$

と表される．ここで，k_B はボルツマン定数，T は絶対温度，N_c は伝導帯の有効状態密度である．外部から電圧を印加しないとき空乏層の電流密度 j はゼロである．これは，空乏層内の電界 E により流れるドリフト電流密度，

$$j = e\mu n E$$

と空乏層内のキャリア密度の勾配により発生する拡散電流密度，

$$j = eD\frac{dn}{dx}$$

が互いに打ち消しあうからである．ここで，μ は伝導電子の移動度，D は拡散係数である．以上の関係を用いて拡散係数 D と移動度 μ が満たすべきアインシュタインの関係式を導け．導出過程も解答用紙に書くこと．

問題 2

一般的にレーザー光は偏光が決まっており，その偏光をベクトルで表す．レーザー光を z 軸方向に進む平面波と考え，x 軸，y 軸，z 軸を右手系にとる．このとき，レーザー光の電場ベクトルは進行方向に直交した成分のみを持つため，$\mathrm{E} = E_x \mathrm{e}_x + E_y \mathrm{e}_y$ のように水平偏光（x 軸成分）および垂直偏光（y 軸成分）を表す電場ベクトル $E_x \mathrm{e}_x$ および $E_y \mathrm{e}_y$ の線形結合で表せる．ここで，e_x，e_y は x 軸方向，y 軸方向の単位ベクトルであり，E_x と E_y は複素振幅である．このため，偏光を表すベクトルは $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ と書ける．これは，Jones ベクトルと呼ばれている．$\begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 0 \\ E_y \end{pmatrix}$ はそれぞれ水平偏光および垂直偏光の Jones ベクトルである．偏光の変化は 2×2 の行列を Jones ベクトルに作用することで計算することができる．例として，理想的な偏光子を考える．ここで，偏光子とは透過軸に平行な電場成分を完全に透過し（透過率 1），透過軸に直交した電場成分を全く透過しない（透過率 0）光学素子である．透過軸が x 軸に平行な場合，この偏光子を表す行列 T_x は $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ であり，$T_x \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix}$ から透過光は水平偏光であることがわかる．簡単のため，E_x と E_y を実数として以下の問いに答えよ．

[1] 偏光子 T_x の透過軸を xy 面内で x 軸から y 軸方向に角度 θ 回転させたものは，x 軸から角度 θ 方向の偏光を透過率 1 で透過させる偏光子 $T(\theta)$ となる．例えば，$\theta = 0$ は水平偏光に対応し，$\theta = \pi/2$ は垂直偏光に対応する．角度 θ の回転を表す行列 $R(\theta) \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ と T_x を用いて，偏光子 $T(\theta)$ を表す 2×2 の行列を求め，$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ のレーザー光を偏光子 $T(\theta)$ に入射した後に，透過するレーザー光の Jones ベクトルを書け．

[2] 前問 [1] で求めた偏光子 $T(\theta)$ において $\theta = \pi/2$ とし，垂直偏光に対して透過率 1 となる偏光子を表す 2×2 の行列を書け．

[3] Jones ベクトルが $\begin{pmatrix} 0 \\ E_y \end{pmatrix}$ であるレーザー光が最初に $\theta = \pi/4$ の偏光子 $T(\pi/4)$ に入射し，その後に偏光子 T_x に入射した．このとき，得られる Jones ベクトルを書け．

[4] 前問 [3] の 2 つの偏光子の順番を入れ替えたとき，得られる Jones ベクトルを書け．

[5] 偏光子が $T(\theta) = \begin{pmatrix} 3/4 & \sqrt{3}/4 \\ \sqrt{3}/4 & 1/4 \end{pmatrix}$ で与えられるとき，この $T(\theta)$ の 2 つの固有値を求めよ．

[6] 前問 [5] の偏光子を透過率 1 で透過するレーザー光の Jones ベクトルを求めよ．ただし，求めた Jones ベクトルの大きさを 1 に規格化して書け．

問題 3

図 2 に示した原子 A からなる長方格子の 2 次元結晶に対し，X 線回折実験を行うことを考える．図 2 に示すように x 軸，y 軸をとり，基本並進ベクトルを $\boldsymbol{a}_1=(a_1, 0)$，$\boldsymbol{a}_2=(0, a_2)$とする．それぞれの方向の格子定数の大きさは，$a_1=4.0$ Å，$a_2=3.0$ Åとする．ただし，X 線の強度は一定であり，多重散乱の効果は無視できるものとし，弾性散乱のみを考える．入射 X 線と散乱 X 線の波数ベクトルは，それぞれ常に 2 次元結晶面内（xy 面内）にあるとする．以下の設問に答えよ．計算過程も示すこと．必要ならば，答えに円周率πを用いても良い．

[1] 2 次元格子の逆格子空間における基本並進ベクトル $\boldsymbol{b}_1$ および $\boldsymbol{b}_2$ の大きさを求めよ．単位も示すこと．ただし，$\boldsymbol{a}_m \cdot \boldsymbol{b}_n = 2\pi\delta_{mn}$ $(m, n=1, 2)$である．ここで δ_{mn} はクロネッカーデルタであり，$\delta_{mn}=1$ $(m=n)$，$\delta_{mn}=0$ $(m \neq n)$である．

[2] 図 3 に示したように入射 X 線と散乱 X 線のなす角を 2θ とし，波長 $\lambda_1 = 0.8$ Åの X 線を用いて $0<2\theta \leqq \pi/2$ の範囲で検出器を動かしながら回折強度を測定したところ，$\theta=\theta_1$ において回折ピークが観測された．ただし，結晶の x 軸は入射 X 線の方向と平行であるとする．入射 X 線の波数ベクトル $\boldsymbol{K}_\mathrm{i}$，散乱 X 線の波数ベクトル $\boldsymbol{K}_\mathrm{f}$，散乱ベクトル $\boldsymbol{Q}_{hk}$ を逆格子空間に図示して，$\theta=\theta_1$ において回折条件（$\boldsymbol{Q}_{hk}=h\boldsymbol{b}_1+k\boldsymbol{b}_2$; h，k は整数)が満たされていることを示せ．解答は，指定された問題 3[2]専用の解答用紙の逆格子空間の図に記入せよ．

[3] $\sin 2\theta_1$ と散乱ベクトル $\boldsymbol{Q}_{hk}$ の大きさを求めよ．また，回折点の指数を hk とするとき，隣接する (hk)面間の距離（単位はÅ）を求めよ．

[4] 指数 hk の回折ピークが観測可能な最も長い入射 X 線の波長を求めよ．ただし，$0<2\theta \leqq \pi$ とする．

次に，X 線回折強度 I と結晶構造の関係を考える．回折強度 I は結晶構造因子 F の絶対値の 2 乗に比例する．$\boldsymbol{Q}_{hk}$ における構造因子 $F(\boldsymbol{Q}_{hk})$は，単位胞内の j 番目の原子の原子形状因子を定数 $f_j\,(>0)$ とすると，

$$F(\boldsymbol{Q}_{hk}) = \sum_j f_j \exp\left[2\pi i\left(hx_j + ky_j\right)\right]$$

と表せる．ただし，$(x_j,\ y_j)$ は単位胞内の j 番目の原子の相対座標である．$i^2=-1$ である．以下の設問に答えよ．

[5] この結晶の構造因子 $F_\mathrm{A}(\boldsymbol{Q}_{10})$と $F_\mathrm{A}(\boldsymbol{Q}_{11})$を，原子 A の原子形状因子 f_A を用いて表せ．

（次ページにつづく）

問題 3 のつづき

[6] 次に，この結晶の単位胞内の相対座標(0, 1/2)に原子 B を加えた新たな結晶を用意する．この結晶の構造因子 $F_{AB}(\boldsymbol{Q}_{10})$と $F_{AB}(\boldsymbol{Q}_{11})$を計算し，それらの大小関係を示せ．ただし，原子 B の原子形状因子を f_B ($<f_A$)とする．

[7] 前問[6]で用意した結晶の指数 10 と指数 11 の回折強度を測定したところ，前者は後者の 4 倍の大きさであった．簡単のため，原子形状因子の大きさが原子番号にのみ比例すると仮定したとき，原子 B の原子番号 Z_B を，原子 A の原子番号 Z_A を用いて表せ．

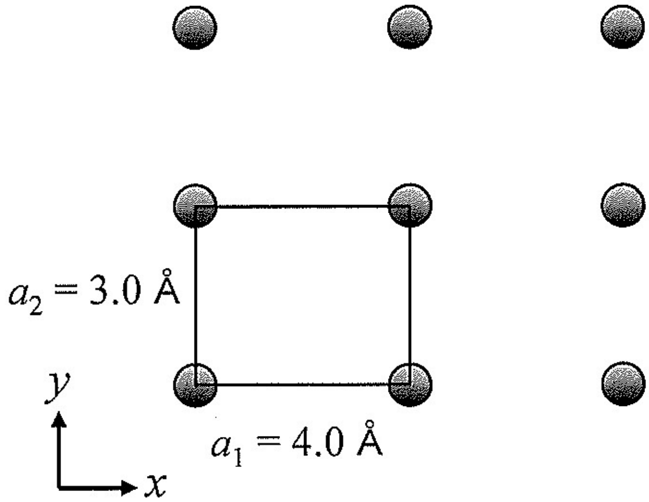

図 2

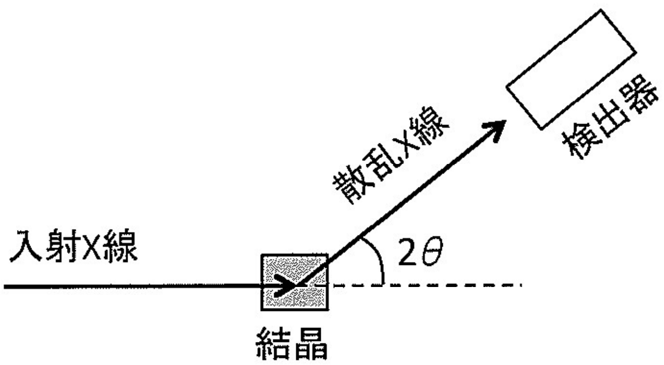

図 3

問題４

[1]　以下の文章を読んで空欄に入るものとして，最も適切と考えられる用語を（ア）～（シ）の【選択肢】から選んでその記号を記入せよ．

真性半導体のバンドギャップを測定する手法はいくつかある．例えば光による電子励起，つまり価電子帯から伝導帯への遷移による光の［　①　］を調べる方法がある．また，光伝導スペクトル法では，半導体に光を照射し，価電子帯と伝導帯に［　②　］を生じさせる．そのときの［　③　］の波長依存性からバンドギャップを測定する．

【選択肢】
（ア）波長変化　（イ）マグノン　（ウ）位相変化　（エ）圧力　（オ）欠陥
（カ）キャリア　（キ）プラズモン　（ク）吸収　（ケ）フォノン　（コ）電気伝導度
（サ）温度　（シ）比熱

[2]　発光スペクトル測定とは，伝導帯に電子を励起し，その電子が伝導帯から価電子帯へ遷移するときに発する光を分光し，バンドギャップを求める測定法である．この電子励起状態を作る方法を３つ述べよ．

[3]　真性半導体では，熱活性されたキャリア密度 n は，$n = n_0 \exp\left[-\frac{E_g}{2k_B T}\right]$ と表すことができる．ここで，E_g はバンドギャップ，n_0 は定数，k_B はボルツマン定数，T は温度とする．キャリア密度を測定し，縦軸 $\ln(n)$，横軸を温度の逆数でプロットすると図４のようになった．$k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K，1 eV = 1.6×10^{-19} J として，E_g を計算せよ．その際，有効数字２桁，eV を単位として求めよ．

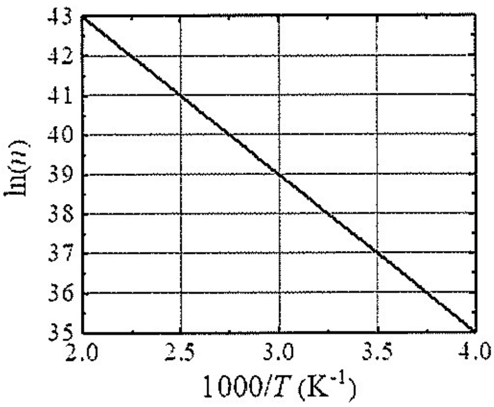

図４

[4]　下記に挙げた(1), (2)の温度測定法の原理を説明せよ．ただし，(1), (2)それぞれのカギ括弧内の２つのキーワードを用いること．

(1)　熱電対を用いる方法　　　キーワード：「ゼーベック係数，電圧」
(2)　放射温度計を用いる方法　キーワード：「黒体放射，熱放射」

大阪大学大学院基礎工学研究科　入試解答用紙(問題３[2]用)

受験科目名	志望専攻領域名		受験番号
	専攻	創成専攻	
	領域	領域	

※　成　　績
点

問題3 [2]